

CORRECTION

SUJET 2

Mercredi 29 Mars

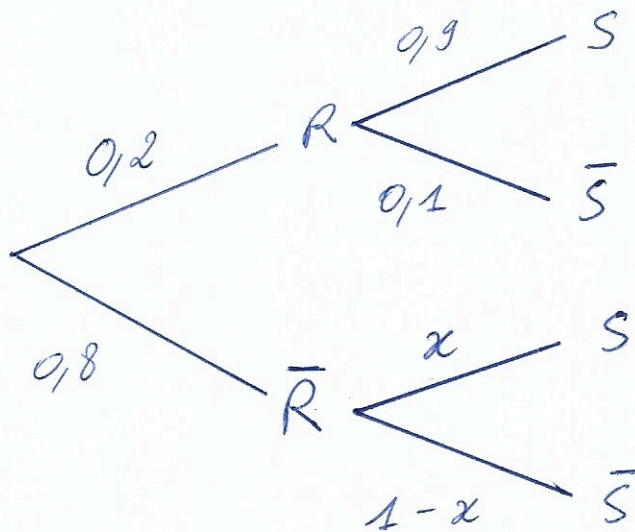
2023

Mathématiques

Réunion

Exercice 1)Partie A)

1)



2) D'après la formule des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned}
 P(S) &= P(R \cap S) + P(\bar{R} \cap S) \\
 &= P(R) \times P_R(S) + P(\bar{R}) \times P_{\bar{R}}(S) \\
 &= 0,2 \times 0,9 + 0,8 \times x
 \end{aligned}$$

Or d'après l'énoncé, $P(S) = 0,82$

$$\text{D'où } 0,2 \times 0,9 + 0,8 \times x = 0,82$$

$$\Leftrightarrow 0,8x = 0,82 - 0,2 \times 0,9$$

$$\Leftrightarrow 0,8x = 0,82 - 0,18 = 0,64$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0,64}{0,8} = \underline{\underline{0,8}}$$

C'est à dire $P_{\bar{R}}(S) = 0,8$

Exercice 1) Partie A) Suite

$$3) P_S(R) = \frac{P(R \cap S)}{P(S)} = \frac{0,2 \times 0,9}{0,82} \approx \underline{\underline{0,22}}$$

Partie B:

1) a) $X \rightarrow B(5; 0,82)$

$$b) P(X \leq 3) = 1 - P(X \geq 4) \\ = 1 - (P(X=4) + P(X=5))$$

$$\text{Or } P(X=4) = \binom{5}{4} \times 0,82^4 \times 0,18^{5-4} \approx 0,407$$

$$\text{De même } P(X=5) \approx 0,371$$

$$\text{D'où } P(X \leq 3) = 1 - (0,407 + 0,371) \\ \approx \underline{\underline{0,222}}$$

Exercice 1) Partie B) suite

$$2) a) p_n = P(X=n) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$= \binom{n}{n} \times 0,82^n \times 0,18^{n-n}$$

$$= 1 \times 0,82^n \times 0,18^0 = 0,82^n \times 1 \\ = \underline{\underline{0,82^n}}$$

$$b) \forall n \in \mathbb{N}^*, p_n < 0,01$$

$$\Leftrightarrow 0,82^n < 0,01$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,82^n) < \ln(0,01)$$

$x \mapsto \ln x$ possible
car $0,82^n > 0$ et
 $0,01 > 0$

de plus $x \mapsto \ln x$ est
strictement croissante
sur $]0; +\infty[$

$$\forall n \in \mathbb{Z}, a > 0$$

$$\ln(a^n) = n \ln(a)$$

$$\Leftrightarrow n \times \ln(0,82) < \ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,82)} \quad \left. \right\} \times \frac{1}{\ln(0,82)} < 0 \\ \text{car } 0,82 < 1$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{n > 23,2}}$$

À partir de 24 clients la probabilité que tous soient satisfaits de leur achat est inférieure à 1%.

Exercice 2

$$1) \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{6U_n + 2}{U_n + 5} \quad \text{et } U_0 = 8$$

$$U_1 = U_{0+1} = \frac{6 \times U_0 + 2}{U_0 + 5} = \frac{6 \times 8 + 2}{8 + 5} = \frac{48 + 2}{13} = \frac{50}{13}$$

$$2) a) \forall x \geq 0, f(x) = \frac{6x + 2}{x + 5}$$

$\forall x \geq 0$, la fonction f est dérivable comme quotient de fonctions dérivables sur $[0; +\infty[$, $x \mapsto 6x + 2$ étant une fonction affine et $x \mapsto x + 5$ une fonction affine qui ne s'annule pas sur $[0; +\infty[$.

$\forall x \geq 0$, f est de la forme $\frac{u(x)}{v(x)}$

$$\text{avec } u(x) = 6x + 2 \quad u'(x) = 6$$

$$v(x) = x + 5 \quad v'(x) = 1$$

$$\text{D'où, } \forall x \geq 0, f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)}$$

$$= \frac{6(x+5) - (6x+2) \times 1}{(x+5)^2}$$

$$= \frac{6x + 30 - 6x - 2}{(x+5)^2} = \frac{28}{(x+5)^2}$$

Exercice 2 (Q2a) Suite)

2) a) f admet pour dérivée $x \mapsto \frac{28}{(x+5)^2}$ sur $[0; +\infty[$

Or $28 > 0$ et $\forall x \in [0; +\infty[$, $(x+5)^2 > 0$

ainsi $\forall x \geq 0$, $f'(x) > 0$. La fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

b) Montrons par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n > 2$.

Soit P_n la proposition $P_n: \forall m \in \mathbb{N}, U_m > 2$

Montrons que P_0 est vraie:

$U_0 = 8$ or $8 > 2$ c'est à dire $U_0 > 2$.

P_0 est vraie.

Montrons que P_{n+1} est vraie, c'est à dire:

$\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} > 2$

Supposons P_n vraie pour un rang n fixé, on a:

$U_n > 2$ on applique la fonction
 $\Leftrightarrow f(U_n) > f(2)$ $\left. \begin{array}{l} \text{strictement croissante} \\ \text{sur } [0; +\infty[\end{array} \right\}$

$$\Leftrightarrow U_{n+1} > \frac{6 \times 2 + 2}{2 + 5} = \frac{12 + 2}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

D'où $U_{n+1} > 2$

Exercice 2 Q2) b) suite

2) b) La proposition P_n est initialisée et héréditaire donc

$\forall n \in \mathbb{N}, U_n > 2.$

3) a) $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} - U_n = \frac{(2 - U_n)(U_n + 1)}{U_n + 5}$

Or $\forall n \in \mathbb{N}, U_n > 2$
 $\left. \begin{array}{l} \Leftrightarrow -U_n < -2 \\ \Leftrightarrow 2 - U_n < 0 \end{array} \right\} \times (-1) < 0$
 $\left. \begin{array}{l} \Leftrightarrow -U_n < -2 \\ \Leftrightarrow 2 - U_n < 0 \end{array} \right\} + 2$
 $\Leftrightarrow 2 - U_n < 0$

De plus $U_n > 2 \Leftrightarrow U_n + 1 > 2 + 1$
 $\Leftrightarrow U_n + 1 > 3 > 0$

et $U_n > 2 \Leftrightarrow U_n + 5 > 2 + 5 = 7$
 $\Leftrightarrow U_n + 5 > 7 > 0$

On utilise la règle des signes pour déterminer le signe de $U_{n+1} - U_n$:

Le produit au numérateur est strictement négatif comme produit d'un terme négatif et d'un terme positif.

Le dénominateur est positif (strictement) donc la fraction est strictement négative (quotient entre un terme négatif et un terme positif). Ainsi, $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} - U_n < 0$

Exercice 2 Q3) a) Suite

$$3) a) \forall n \in \mathbb{N}, U_{m+1} - U_m < 0 \Leftrightarrow U_{m+1} < U_m$$

Donc la suite (U_m) est strictement décroissante $\forall m \in \mathbb{N}$.

$$b) \text{ D'après la question 2) b) } \forall n \in \mathbb{N}, U_m > 2.$$

Autrement dit (U_n) est minorée par 2.

La (U_m) est strictement décroissante et minorée par 2 donc d'après le théorème de la limite monotone la suite (U_m) est convergente.

$$4) \forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{U_m - 2}{U_m + 1}$$

$$a) v_0 = \frac{U_0 - 2}{U_0 + 1} = \frac{8 - 2}{8 + 1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} b) \forall n \in \mathbb{N}, v_{m+1} &= \frac{U_{m+1} - 2}{U_{m+1} + 1} = \frac{\frac{6U_m + 2}{U_m + 5} - 2}{\frac{6U_m + 2}{U_m + 5} + 1} \\ &= \frac{\frac{6U_m + 2 - 2(U_m + 5)}{U_m + 5}}{\frac{6U_m + 2 + U_m + 5}{U_m + 5}} = \frac{6U_m + 2 - 2U_m - 10}{6U_m + 2 + U_m + 5} \\ &= \frac{4U_m - 8}{7U_m + 7} = \frac{4(U_m - 2)}{7(U_m + 1)} = \frac{4}{7} v_m \end{aligned}$$

Ainsi, $\forall m \in \mathbb{N}$, la suite (v_m) est géométrique de raison $\frac{4}{7}$

Exercice 2 / 4 / c)

4 / c) La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{4}{7}$

$$\text{ainsi } \forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n$$

$$\Leftrightarrow v_n = \frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{7}\right)^n$$

$$\text{Or } \frac{4}{7} < 1 \quad \text{d'où } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{7}\right)^n = 0$$

$$\text{Ainsi, } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \frac{2}{3} \times 0 = \underline{\underline{0}}$$

Déterminons la limite de (u_n) :

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$$

$$\Leftrightarrow v_n (u_n + 1) = u_n - 2$$

$$\Leftrightarrow v_n u_n + v_n = u_n - 2$$

$$\Leftrightarrow v_n u_n - u_n = -2 - v_n$$

$$\Leftrightarrow u_n (v_n - 1) = -2 - v_n$$

$$\Leftrightarrow u_n = \frac{-2 - v_n}{v_n - 1}$$

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2 - v_n}{v_n - 1} = \frac{-2 - 0}{0 - 1} = -\frac{2}{-1} = \underline{\underline{2}}$$

$$\text{car } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$$

exercice 2) 5)

5) seuil (2,001):

$$n = 0$$

$$u = 8$$

while $u > 2,001$:

$$u = \frac{6 \times 8 + 2}{8 + 5} = \frac{50}{13}$$

$$n = 0 + 1 = 1$$

$$n = 1$$

$$u = \frac{50}{13} > 2,001:$$

$$u = \frac{6 \times \frac{50}{13} + 2}{\frac{50}{13} + 5} = \frac{326}{115}$$

$$n = 1 + 1 = 2$$

Le programme donne le rang du premier terme qui dépasse la valeur 2,001.

À la calculatrice $n = 14$

Exercice 3)

1) La droite (d) passe par $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et est dirigée par le vecteur

$\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ d'où la représentation paramétrique de (d) :

$$\begin{cases} x = 1 + 0 \times t \\ y = 1 + 2 \times t \\ z = 0 + (-1) \times t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2) Le point $B \in (d) \cap \mathcal{P}$ donc les coordonnées du point $B(1; 1+2t; -t)$ vérifient l'équation:

$$\mathcal{P}: x + 4y + 2z + 1 = 0$$

$$\text{D'où } 1 + 4(1+2t) + 2(-t) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + 4 + 8t - 2t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 + 6t = 0 \Leftrightarrow 6t = -6 \Leftrightarrow t = -\frac{6}{6} = -1$$

Ainsi, les coordonnées de B sont:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2 \times (-1) \\ z = -(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Exercice 3) 3/a)

3) a) Montrons que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires:

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ -1 - 1 \\ 1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ -1 - 1 \\ -1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Supposons qu'il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\vec{AB} = k \vec{AC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ainsi $\begin{cases} 0 = k \times 0 \\ -2 = k \times (-2) \\ 1 = k \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ -2 = -2k \\ 1 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ k = 1 \\ k = -1 \end{cases}$ contradiction

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires :

Les points A, B et C ne sont pas alignés, ils définissent donc un plan.

Exercice 3) 3) b)

3) b) Montrons que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC):

$$\vec{n} \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \times 0 + 0 \times (-2) + 0 \times 1 \\ = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \times 0 + 0 \times (-2) + 0 \times (-1) \\ = 0 + 0 + 0 = 0$$

Le vecteur \vec{n} est normal au plan (ABC).

c) Nous avons un vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ normal au plan (ABC):

D'où l'équation cartésienne du plan (ABC),

$$1x + 0y + 0z + d = 0$$

$$\Leftrightarrow x + d = 0$$

Or le point $A(1; 1; 0) \in \mathcal{P}$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de \mathcal{P} :

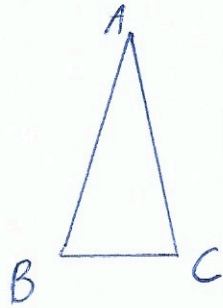
$$1 + d = 0 \Leftrightarrow d = -1$$

Ainsi, l'équation cartésienne de \mathcal{P} est:

$$\underline{\underline{\mathcal{P}: x - 1 = 0}}$$

Exercice 3) 4) a)

4) a) Faisons un schéma du triangle ABC :



Montrons que $AB = AC$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{0 + 4 + 1} = \boxed{\sqrt{5}}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{0 + 4 + 1} = \boxed{\sqrt{5}}$$

Calculons BC pour vérifier que ABC n'est pas un triangle équilatéral :

$$\begin{aligned} \|\vec{BC}\| &= \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2 + (z_c - z_b)^2} = \sqrt{(1 - 1)^2 + (-1 - (-1))^2 + (-1 - 1)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = \boxed{2} \end{aligned}$$

Exercice 3) 4) b)

4) b) H est le milieu de [BC] d'où :

$$H \begin{pmatrix} \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_B + y_C}{2} \\ \frac{z_B + z_C}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+1}{2} \\ \frac{-1+(-1)}{2} \\ \frac{-1+1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AH} = \begin{pmatrix} x_H - x_A \\ y_H - y_A \\ z_H - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ -1 - 1 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \|\vec{AH}\| &= \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{0 + 4 + 0} \\ &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

$$A_{ABC} = \frac{B \times h}{2} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = \boxed{2}$$

Exercice 3) 5/a)

5) a) Montrons que $\vec{BD} \cdot \vec{BC} = \vec{BD} \cdot \vec{BA} = 0$

$$\vec{BD} \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ -1 - (-1) \\ 1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ -1 - (-1) \\ -1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BA} \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 1 - (-1) \\ 0 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BD} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = -1 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times (-2) \\ = 0 + 0 + 0 = \underline{0}$$

$$\vec{BD} \cdot \vec{BA} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \times (-1) + 0 \times 0 + 0 \times (-1) \\ = 0 + 0 + 0 = \underline{0}$$

Exercice 3) 5) a) Suite)

5) a) On a montré que $\vec{BD} \cdot \vec{BC} = \vec{BD} \cdot \vec{BA} = 0$

Le point D appartenant à la pyramide ABCD, la droite (BD) est une hauteur de la pyramide ABCD.

$$b) V_{ABCD} = \frac{A_{ABC} \times h}{3} = \frac{2 \times BD}{3}$$

$$\text{Or } BD = \|\vec{BD}\| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{D'où } V_{ABCD} = \frac{2 \times 1}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

Exercice 4)

$$1) \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 2xe^x$$

Cherchons le nombre de solutions sur \mathbb{R} de l'équation

$$f(x) = -\frac{73}{100}$$

$$\Leftrightarrow 2xe^x = -\frac{73}{100}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{2xe^x + \frac{73}{100} = 0}}$$

Cette équation est irrésoluble (ni un polynôme du second degré, ni une équation du premier degré etc...)

Étudions la fonction $l(x) = 2xe^x + \frac{73}{100}$

$\forall x \in \mathbb{R}$, l est dérivable car les fonctions $x \mapsto x$ et $x \mapsto e^x$ sont dérivables sur \mathbb{R} .

$$\begin{aligned} l'(x) &= 2 \times (x \times e^x + 1 \times e^x) + 0 \\ &= 2xe^x + 2e^x = e^x(2x+2) \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
e^x		$+$	
$2x+2$		$- \quad 0 \quad +$	$\text{car } a=2 > 0$
$l'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$l(x)$			

\swarrow
 \searrow
 $-0,006$

$$l(-1) = 2 \times (-1) e^{-1} + \frac{73}{100}$$

$$= -\frac{2}{e} + \frac{73}{100}$$

$$\approx \underline{\underline{-0,006 < 0}}$$

Exercice 4) Q4) suite

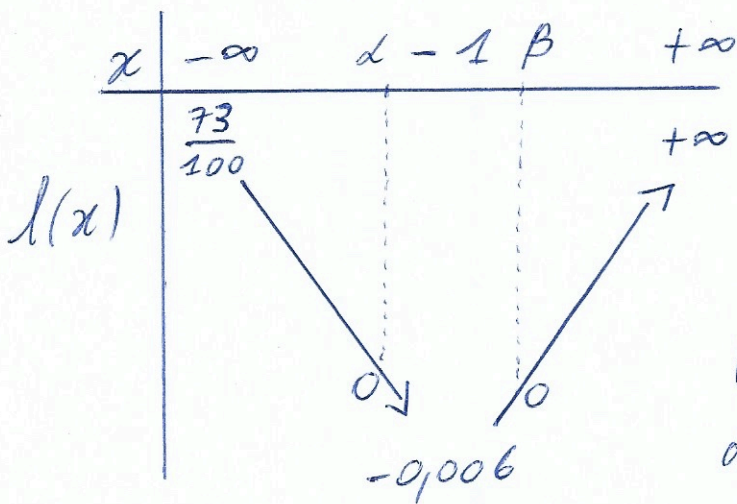
$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} l(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x e^x + \frac{73}{100}$$

Or $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x e^x = 2 \times 0 = 0$ par croissance comparée
 ($\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$)

d'où $\lim_{x \rightarrow -\infty} l(x) = 0 + \frac{73}{100} = \boxed{\frac{73}{100}}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} l(x) = +\infty + \frac{73}{100} = \underline{\underline{+\infty}}$ par croissance comparée
 ($\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$)

D'où le tableau de variation complet de l :



On constate que l'équation $l(x) = 0$ admet deux solutions (α et β)

(Il faudrait utiliser le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires mais c'est un Q.C.M)

Exercice 4) 2)

$$2) \forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{x+1}{e^x}$$

$$\Leftrightarrow g(x) = \frac{1}{e^x} \times (x+1) = e^{-x} (x+1)$$

$$\text{Or } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = \underline{\underline{+\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1) = -\infty + 1 = \underline{\underline{-\infty}}$$

$$\text{D'où } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \times -\infty = \underline{\underline{-\infty}}$$

$$3) \forall x \in \mathbb{R}, h(x) = (4x - 16) e^{2x}$$

La fonction h est ^{deux fois} dérivable sur \mathbb{R} comme produit de fonctions ^{infiniment} dérivables sur \mathbb{R} (fonction affine et fonction exponentielle)

$$\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) = (4x - 16) \times 2e^{2x} + 4 \times e^{2x}$$

$$= e^{2x} (8x - 32 + 4) = e^{2x} (8x - 28)$$

$$h''(x) = (8x - 28) \times 2e^{2x} + e^{2x} \times 8 = e^{2x} (8 - 2 \times 28 + 16x) \\ = \underline{\underline{e^{2x} (16x - 48)}}$$

Or h'' change de signe pour $x = 3$ car $\forall x \in \mathbb{R}, e^{2x} > 0$
et $16x - 48 > 0$ sur $]3; +\infty[$ et $16x - 48 \leq 0$
sur $] -\infty; 3]$ donc C_h possède un point d'inflexion
 $\ln x = 3$

Exercice 4) 4)

$$4) \forall x > 0, k(x) = 3 \ln(x) - x$$

La fonction k est dérivable sur $]0; +\infty[$ car la fonction logarithme est dérivable sur $]0; +\infty[$, de même pour la fonction $x \mapsto x$

$$\forall x > 0, k'(x) = 3 \times \frac{1}{x} - 1 = \frac{3}{x} - 1$$

La tangente T à la courbe C au point d'abscisse $x=e$ a pour équation:

$$T: y = f(e) + f'(e)(x - e)$$

$$= 3 \ln(e) + \left(\frac{3}{e} - 1 \right) (x - e)$$

$$= 3 + \frac{3x}{e} - 3 - x + e = \frac{3x}{e} - x + e - e$$

$$= \frac{3x}{e} - x = \frac{3x - xe}{e}$$

$$= x \left(\frac{3-e}{e} \right)$$

5) Posons $X = \ln(x)$

$$\text{On a } X^2 + 10X + 21 = 0$$

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 21 = 100 - 84 = 16 > 0 \quad \begin{array}{l} 2 \text{ solutions} \\ \text{réelles} \end{array}$$

$$X_1 = \frac{-10 + 4}{2} = -\frac{6}{2} = -3 \quad \text{d'où } \underline{\underline{x_1 = e^{-3}}}$$

$$X_2 = \frac{-10 - 4}{2} = -\frac{14}{2} = -7 \quad \underline{\underline{x_2 = e^{-7}}}$$

FIN